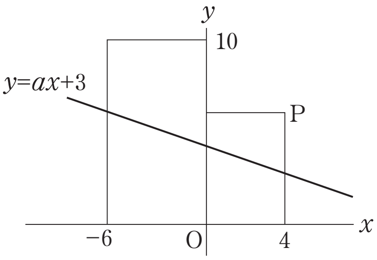
第13講・一次関数⑤ いろいろな一次関数の問題

例題 1

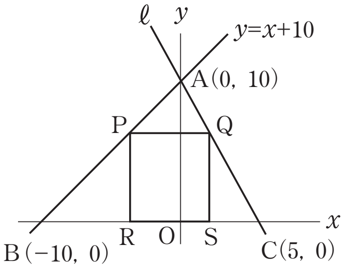
右図のように2つの長方形があり，直線 $y=ax+3$ がこの2つの長方形の面積を同時にそれぞれ2等分している。次の問いに答えなさい。



(1)　a の値を求めよ。

(2)　長方形の頂点Pの y 座標を求めよ。

例題 2



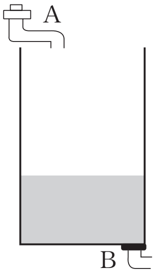
右の図のように，2点A（0，10），B（−10，0）を通る直線 $y=x+10$ がある。また，点Aと x 軸上の点C（5，0）を通る直線 ℓ がある。いま，線分AB上に点P，線分AC上に点Qをとり，2点P，Qから x 軸にひいた垂線と x 軸との交点をそれぞれR，Sとし，四角形PRSQをつくる。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　直線 ℓ の式を求めよ。

(2)　四角形PRSQが正方形になるとき，この正方形の1辺の長さを求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 3

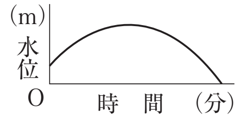


右の図は，底面積が 3m^2 の直方体の水そうに 3m^3 の水が入っているようすを表している。この状態から，給水管Aより水そうに毎分 2m^3 の割合で水を入れる。水を入れ始めてから t 分後に排水管Bを開く。

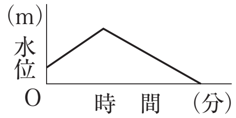
排水管Bからは毎分 $a\text{m}^3$ の割合で水が流れ出るものとする。排水管Bを開いてから3分後の水位は $\frac{8}{3}\text{m}$ であった。また，排水管Bを開いてから5分後に給水管Aを閉じたところ，そのちょうど2分後に水そうは空になった。次の問いに答えなさい。

(1)　水そうに水を入れ始めてから空になるまでの時間と，その水位との関係を表すグラフとして，最も適するものを次の(ア)〜(エ)の中から選び，記号で答えよ。

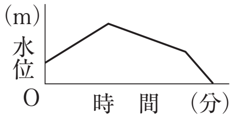
(ア)



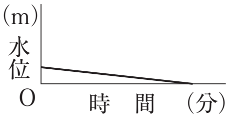
(イ)



(ウ)



(エ)



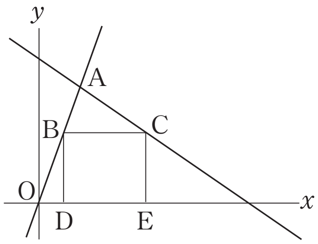
(2)　a と t の値をそれぞれ求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

13－1

右の図のように，関数 $y=3x$，$y=ax+8$ のグラフがある。この２つのグラフは交わっており，その交点をＡとする。また，関数 $y=3x$ のグラフ上の２点Ｏ，Ａの間に点Ｂをとり，関数 $y=ax+8$ のグラフ上に点Ｃをとる。２点Ｂ，Ｃから x 軸に引いた垂線と x 軸との交点をそれぞれＤ，Ｅとする。ただし，$a<0$ とする。このとき，次の問いに答えなさい。



⑴　直線ＯＡが点（b，-12）を通るとき，b の値を求めよ。

⑵　$a=-3$ のとき，点Ａの座標を求めよ。

⑶　点Ｄの x 座標が１で，四角形ＢＤＥＣが面積12の長方形になるとき，a の値を求めよ。

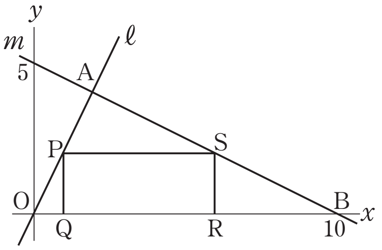
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第13講・確認テスト

［1］ 右の図のように，2つの直線 ℓ，m の交点を A とし，直線 m と x 軸との交点を B とする。直線 ℓ の式は $y=2x$ であり，ℓ 上の O と A の間に点 P をとる。点 P を通り，x 軸，y 軸にそれぞれ平行な直線をひいて，図のように x 軸上，m 上にそれぞれ点をとり，長方形 PQRS をつくる。このとき，次の問いに答えなさい。



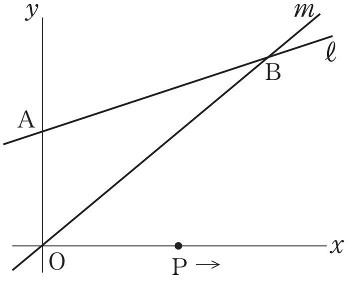
⑴ 点 P の x 座標が 1 であるとき，点 S の座標は（ ア ， イ ）である。

⑵ 点 P の x 座標を p とするとき，点 S の座標を p を用いて表すと，

（ ウエ － オ p， カ p）である。

⑶ 長方形 PQRS が正方形となるときの点 P の座標は，$\left(\dfrac{\text{キク}}{\text{ケ}}, \dfrac{\text{コサ}}{\text{シ}}\right)$ である。

［2］ 右の図のように，座標平面上に点 A(0，3)，点 B(6，5) がある。2点 A，B を通る直線を ℓ，原点 O と点 B を通る直線を m とする。また，座標軸の単位の長さを 1 cm とし，点 P は原点 O を出発して，x 軸上を毎秒 1 cm の速さで正の方向に進むものとする。このとき，次の問いに答えなさい。



⑴ △OAB の面積は ス cm^2 である。

⑵ 直線 ℓ の式は，$y=\dfrac{\text{セ}}{\text{ソ}}x+$ タ である。

⑶ 点 P が原点 O を出発してから t 秒後について，

（i） 線分 AP が△OAB の面積を 2 等分するとき，t の値は チツ である。

（ii） △APB の面積を S とする。S を t の式で表すと，$S=t+$ テ である。ただし，$0\leqq t\leqq 6$ とする。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第１３講・一次関数⑤ いろいろな一次関数の問題

例題 1

(1)　$a=-\frac{2}{3}$　　(2)　$\frac{10}{3}$

解説

(1)　長方形の面積を２等分する直線は，長方形の対角線の交点を通る。

(2)　右の長方形の対角線の交点の x 座標は２

これを $y=-\frac{2}{3}x+3$ に代入して，$y=\frac{5}{3}$　　Pの y 座標は，$\frac{5}{3}\times2=\frac{10}{3}$

例題 2

(1)　$y=-2x+10$　　(2)　6

解説

(2)　Pは直線 $y=x+10$ 上の点だから，P$(t,\ t+10)$とおくと，R$(t,\ 0)$

また，Qの y 座標は $t+10$ だから，$y=-2x+10$ に $y=t+10$ を代入して，$x=-\frac{t}{2}$

よって，$Q\left(-\frac{t}{2},\ t+10\right)$　　PR＝PQ より，$t+10=-\frac{t}{2}-t$　　$t=-4$

１辺の長さは PR＝6

例題 3

(1)　(ウ)　　(2)　$a=3,\ t=4$

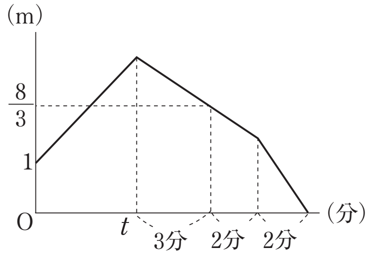
解説

(1)　まず給水管Aを開いて水位が上がる。t 分後に排水管Bを開いて，$a>2$ のときは水位が下がる。$(t+5)$ 分後，給水管Aを閉じるので，さらに激しく水位が下がる。

以上より，(ウ)

(2)　はじめの水位は1m。水位はA管で$\frac{2}{3}$m／分上がり，B管で$\frac{a}{3}$m／分下がる。右のグラフで$(t+3)$分後の水位が$\frac{8}{3}$m だから，$1+\frac{2}{3}(t+3)-\frac{a}{3}\times3=\frac{8}{3}\cdots$①

また，$(t+7)$分後の水位が 0m だから，$1+\frac{2}{3}(t+5)-\frac{a}{3}\times7=0\cdots$②　　①，②を連立方程式として解く。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

13－1

(1)　$\boldsymbol{b=-4}$　　(2)　$\left(\boldsymbol{\frac{4}{3}},\ 4\right)$　　(3)　$\boldsymbol{a=-1}$

解説

(1)　$y=3x$ に $x=b$，$y=-12$ を代入すると，$-12=3b$，$b=-4$

(2)　$y=3x$ と $y=-3x+8$ を連立方程式として解くと，$x=\frac{4}{3}$，$y=4$　よって，$\left(\frac{4}{3},\ 4\right)$

(3)　B(1，3)より，BD＝3，3×DE＝12　DE＝4,

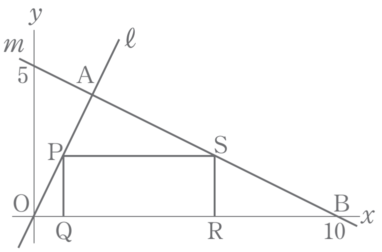
よって，C(5，3)

$y = ax+8$ に $x=5$，$y=3$ を代入して，$a=-1$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第13講・確認テスト

［1］　右の図のように，２つの直線 ℓ，m の交点を A とし，直線 m と x 軸との交点を B とする。直線 ℓ の式は $y=2x$ であり，ℓ 上の O と A の間に点 P をとる。点 P を通り，x 軸，y 軸にそれぞれ平行な直線をひいて，図のように x 軸上，m 上にそれぞれ点をとり，長方形 PQRS をつくる。このとき，次の問いに答えなさい。



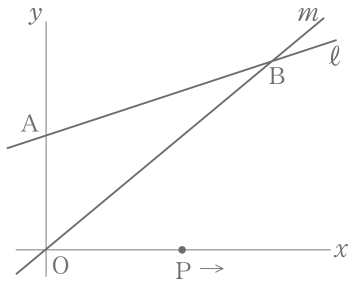
⑴　点 P の x 座標が１であるとき，点 S の座標は（［ア］，［イ］）である。

⑵　点 P の x 座標を p とするとき，点 S の座標を p を用いて表すと，

（［ウエ］－［オ］p，［カ］p）である。

⑶　長方形 PQRS が正方形となるときの点 P の座標は，$\left(\dfrac{[キク]}{[ケ]}, \dfrac{[コサ]}{[シ]}\right)$である。

［2］　右の図のように，座標平面上に点 A(0，3)，点 B(6，5) がある。２点 A，B を通る直線を ℓ，原点 O と点 B を通る直線を m とする。また，座標軸の単位の長さを 1 cm とし，点 P は原点 O を出発して，x 軸上を毎秒 1 cm の速さで正の方向に進むものとする。このとき，次の問いに答えなさい。



⑴　△OAB の面積は［ス］cm^2 である。

⑵　直線 ℓ の式は，$y=\dfrac{[セ]}{[ソ]}x+$［タ］である。

⑶　点 P が原点 O を出発してから t 秒後について，

(i)　線分 AP が△OAB の面積を２等分するとき，t の値は［チツ］である。

(ii)　△APB の面積を S とする。S を t の式で表すと，$S=t+$［テ］である。ただし，$0 \leqq t \leqq 6$ とする。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

解答

［1］　ア　6　イ　2　ウ　1　エ　0　オ　4　カ　2　キ　1　ク　0
ケ　7　コ　2　サ　0　シ　7

［2］　ス　9　セ　1　ソ　3　タ　3　チ　1　ツ　8　テ　9

解説

［1］　(2)　直線 m の式は $y=-\frac{1}{2}x+5$，点Pの x 座標が p のとき，y 座標は $2p$

Sの y 座標も $2p$ だから，$y=-\frac{1}{2}x+5$ に $y=2p$ を代入して，$x=10-4p$

(3)　PQ＝PSより，$2p=10-4p-p$　よって，$p=\frac{10}{7}$

これを $\mathrm{P}(p,\ 2p)$ に代入して，$\mathrm{P}\left(\frac{10}{7},\ \frac{20}{7}\right)$

［2］　(3)(i)　APが△OABの面積を2等分するとき，APはOBの中点を通る。

よって，OBの中点をMとすると，APは，A(0, 3)，$\mathrm{M}\left(3,\ \frac{5}{2}\right)$を通る直線で，

$y=-\frac{1}{6}x+3$となる。t 秒後のPの座標は $(t,\ 0)$ なので，これを直線APの式に代入して，$0=-\frac{1}{6}t+3$

これを解いて，$t=18$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。